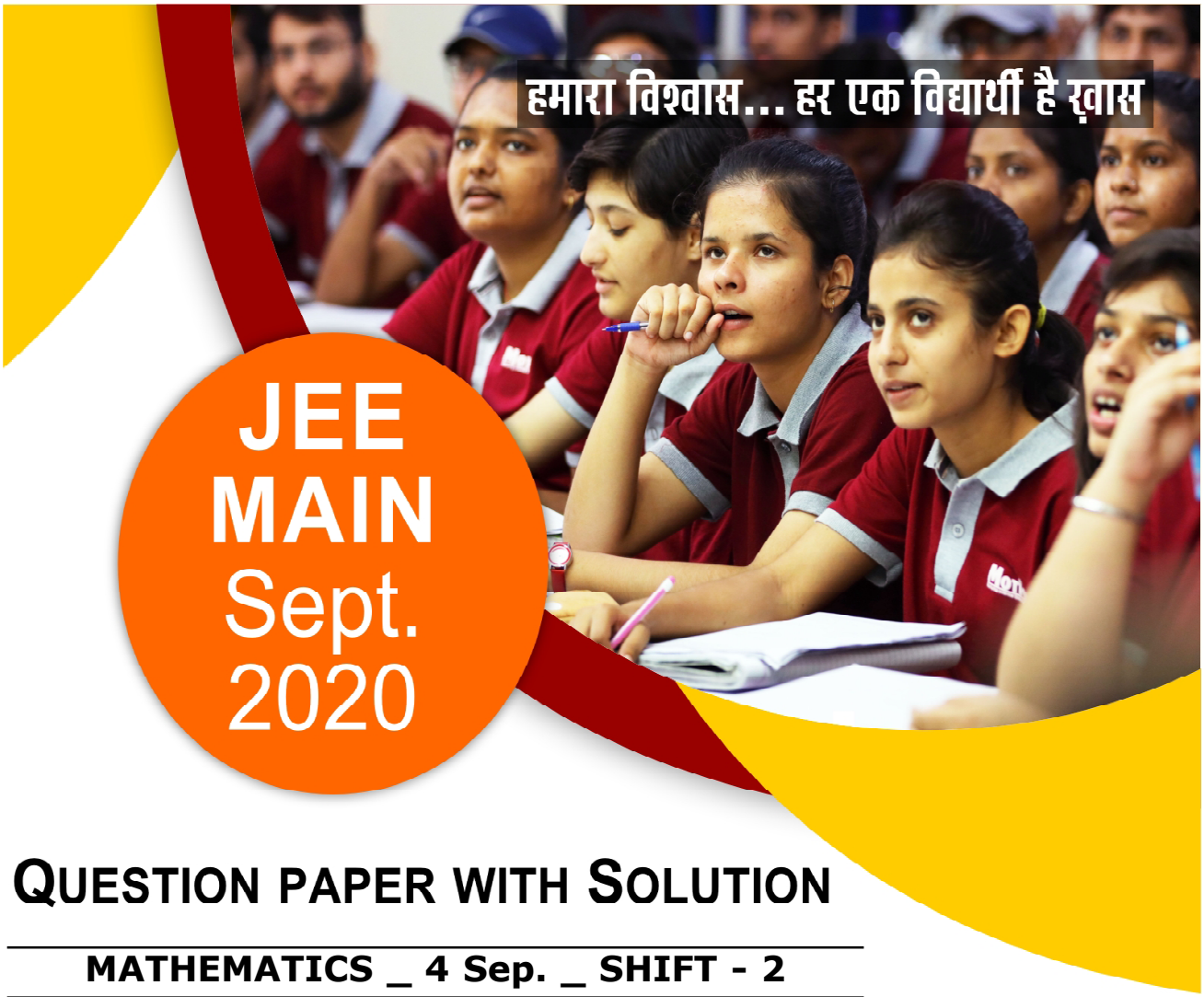


JEE MAIN Sept. 2020

QUESTION PAPER WITH SOLUTION

MATHEMATICS _ 4 Sep. _ SHIFT - 2

MOTION™
H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in | ✉: info@motion.ac.in

Q.1 Suppose the vectors x_1, x_2 and x_3 are the solutions of the system of linear equations, Ax=b when the vector b on the right side is equal to b_1, b_2 and b_3 respectively.

if $x_1=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}, x_2=\begin{bmatrix}0\\2\\1\end{bmatrix}, x_3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, b_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, b_2=\begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}$ and $b_3=\begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}$, then the determinant of A is equal to

माना सदिश x_1, x_2 तथा x_3 रैखिक समीकरण निकाय Ax=b के हल हैं, जबकि दांई ओर का सदिश b क्रमशः b_1, b_2 तथा b_3 के बराबर है। यदि $x_1=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}, x_2=\begin{bmatrix}0\\2\\1\end{bmatrix}, x_3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, b_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, b_2=\begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}$ तथा $b_3=\begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}$, है, तो A के सारणिक का मान है:

(1) 2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 4

Sol. **(1)**

$$A=\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ a_4 & a_5 & a_6\\ a_7 & a_8 & a_9\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$a_1+a_2+a_3=1 \quad 2a_2+a_3=0$

$a_4+a_5+a_6=0 \quad 2a_5+a_6=2$

$a_7+a_8+a_9=0 \quad 2a_8+a_9=0$

$a_3=0, a_6=0, a_9=2$

$\therefore a_8=-1, a_5=1, \quad a_2=0 \Rightarrow a_1=\phi, a_4=-1, \quad a_7=-1$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 2\end{bmatrix}$$

$|A| = 2(1) = 2$

Q.2 If a and b are real numbers such that $(2+\alpha)^4=a+b\alpha$, where $\alpha=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ then a+b is equal to:

यदि a तथा b ऐसी वास्तविक संख्याएँ है कि $(2+\alpha)^4=a+b\alpha$, है, जहाँ $\alpha=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ है, तो a+b का मान है:

(1) 33 (2) 57 (3) 9 (4) 24

Sol. **(3)**

$(2+\alpha)^4 = a+b\alpha$

$\left(2+\frac{\sqrt{3}i-1}{2}\right)^4 = a+b\alpha$

$\left(\frac{3+\sqrt{3}i}{2}\right)^4 = 9\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)^4$

$9\left\{e^{i\pi/6}\right\}^4 = 9e^{i2\pi/3} = 9\left(\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{-9}{2}+\frac{9\sqrt{3}}{2}i$

$-\frac{9}{2}+\frac{9\sqrt{3}}{2}i = a+b\left(\frac{-1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$

$= a-\frac{b}{2}+\frac{bi\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{b\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = 9$

a = 0 $\therefore$ a + b = 9

Q.3 The distance of the point (1, –2, 3) from the plane x–y+z=5 measured parallel to the line $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-6}$ is:

बिंदु (1, –2, 3) की समतल x–y+z=5 से रेखा $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-6}$ के समांतर मापी गई दूरी है:

(1) $\frac{1}{7}$ (2) 7 (3) $\frac{7}{5}$ (4) 1

Sol. (4)

Equation of line through (1,-2,3) whose dr's are (2,3,-6)

$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-6}=\lambda$

any point on line $(2\lambda+1, 3\lambda-2, -6\lambda+3)$

put in $(x-y+z=5)$

$2\lambda+1-3\lambda+2-6\lambda+3=5$

$-7\lambda=-1$

$\lambda=\frac{1}{7}$

distance $=\sqrt{(2\lambda)^2+(3\lambda)^2+(6\lambda)^2}$

$\sqrt{4\lambda^2+9\lambda^2+36\lambda^2}=7\lambda=1$

Q.4 Let $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ be a differentiable function such that f(1) = e and $\lim\limits_{t\to x}\frac{t^2f^2(x)-x^2f^2(t)}{t-x}=0$. If f(x)=1,then x is equal to :

माना $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ एक ऐसा अवकलनीय फलन है कि f(1) = e तथा $\lim\limits_{t\to x}\frac{t^2f^2(x)-x^2f^2(t)}{t-x}=0$.है। यदि f(x)=1, है, तो x का मान है:

(1) e (2) 2e (3) $\frac{1}{e}$ (4) $\frac{1}{2e}$

Sol. **(3)**

$f(1)=e$

$\lim\limits_{t\to x}\frac{t^2f^2(x)-x^2f^2(t)}{t-x}$

L' Hospital

$\lim\limits_{t\to x}\left(2tf^2(x)-2x^2f(t)\cdot f'(t)\right)$

$\Rightarrow 2xf^2(x)-2x^2f(x)\cdot f'(x)=0$

$2xf(x)\left\{f(x)-xf'(x)\right\}=0$

=) $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{x}$

$\ln f(x)=\ln x+\ln c$

$f(x)=cx$

if x = 1, e = c

y = ex

$\therefore$ if f(x) = 1 $\Rightarrow$ x = $\frac{1}{e}$

Q.5 Contrapositive of the statement :
'If a function f is differentiable at a, then it is also continuous at a', is:
(1) If a function f is not continuous at a, then it is not differentiable at a.
(2) If a function f is continuous at a, then it is differentiable at a.
(3) If a function f is continuous at a, then it is not differentiable at a.
(4) If a function f is not continuous at a, then it is differentiable at a.
कथन 'यदि एक फलन f, a पर अवकलनीय है, तो यह a पर संतत भी है' का प्रतिधनात्मक कथन है:
(1) यदि एक फलन f, a पर संतत नहीं है, तो यह a पर अवकलनीय नहीं है।
(2) यदि एक फलन f, a पर संतत है, तो यह a पर अवकलनीय है।
(3) यदि एक फलन f, a पर संतत है, तो यह a पर अवकलनीय नहीं है।
(4) यदि एक फलन f, a पर संतत नहीं है, तो यह a पर अवकलनीय है।

Sol. **(1)**
Contrapositive of $P \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$

Q.6 The minimum value of $2^{\sin x}+2^{\cos x}$ is:
$2^{\sin x}+2^{\cos x}$ का न्यूनतम मान है:

(1) $2^{1-\sqrt{2}}$ (2) $2^{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$ (3) $2^{-1+\sqrt{2}}$ (4) $2^{-1+\frac{1}{\sqrt{2}}}$

Sol. **(2)**
$y = 2^{\sin x} + 2^{\cos x}$
by Am $\geq$ GM

$$\frac{2^{\sin x} + 2^{\cos x}}{2} \geq \sqrt{2^{\sin x+\cos x}}$$

$$2^{\sin x} + 2^{\cos x} \geq 2^1 . 2^{\frac{\sin x+\cos x}{2}}$$

$$2^{\sin x} + 2^{\cos x} \geq 2^{\frac{2+\sin x+\cos x}{2}} \quad \therefore (2^{\sin x} + 2^{\cos x})_{min} = 2^{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} = 2^{\frac{-1}{\sqrt{2}}+1}$$

Q.7 If the perpendicular bisector of the line segment joining the points P(1 ,4) and Q(k, 3) has y-intercept equal to –4, then a value of k is:
यदि बिंदुओं P(1 ,4) तथा Q(k, 3) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के लंबसमद्विभाजक का y-अंतः खण्ड –4 है, तो k का एक मान है:

(1) –2 (2) $\sqrt{15}$ (3) $\sqrt{14}$ (4) –4

Sol. **(4)**

$$m_{PQ} = \frac{4-3}{1-k} \Rightarrow m_{\perp} = k-1$$

$$mid\ point\ of\ PQ = \left(\frac{k+1}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

equation of perpendicular bisector

$$y - \frac{7}{2} = (k-1)\left(x - \frac{k+1}{2}\right)$$

for y intercept put x = 0

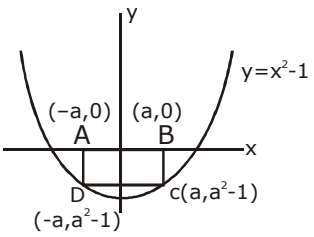
$$y=\frac{7}{2}-\left(\frac{k^2-1}{2}\right)=-4$$

$$\frac{k^2-1}{2}=\frac{15}{2} \Rightarrow k=\pm 4$$

Q.8 The area (in sq. units) of the largest rectangle ABCD whose vertices A and B lie on the x-axis and vertices C and D lie on the parabola, $y=x^2-1$ below the x-axis, is:
उस सबसे बड़ी आयत ABCD, जिसके शीर्ष बिन्दु A तथा B, x - अक्ष पर स्थित हैं शीर्ष बिंदु C तथा D, x - अक्ष के नीचे, परवलय $y=x^2-1$ पर स्थित है, का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है:

(1) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ (4) $\frac{4}{3\sqrt{3}}$

Sol. **(4)**



$$\text{Area } =2a\left(a^2-1\right)$$

$$A=2a^3-2a$$

$$\frac{dA}{da}=6a^2-2=0$$

$$a=\pm 1\sqrt{3}$$

$$A_{max}=\frac{-2}{3\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{-2+6}{3\sqrt{3}}=\frac{4}{3\sqrt{3}}$$

Q.9 The integral $\int_{\pi/6}^{\pi/3}\tan^3 x.\sin^2 3x(2\sec^2 x.\sin^2 3x+3\tan x.\sin 6x)dx$ is equal to:

समाकल $\int_{\pi/6}^{\pi/3}\tan^3 x.\sin^2 3x(2\sec^2 x.\sin^2 3x+3\tan x.\sin 6x)dx$ का मान है:

(1) $\frac{9}{2}$ (2) $-\frac{1}{18}$ (3) $-\frac{1}{9}$ (4) $\frac{7}{18}$

Sol. **(2)**

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} 2.\tan^3 x \sec^2 x \sin^4 3x + 3\tan^4 x \sin^2 3x.\ 2\sin 3x\cos 3x\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\pi/6}^{\pi/3} 4\tan^3 x \sec^2 x \sin^4 3x + 3.4\tan^4 x \sin^3 3x \cos 3x dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{d}{dx}\left(\tan^4 x \sin^4 3x\right)dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\tan^4 x \sin^4 3x\right]_{\pi/6}^{\pi/3}$$

$$= \frac{1}{2}\left[9.(0) - \frac{1}{3}.\frac{1}{3}(1)\right] = -\frac{1}{18}$$

Q.10 If the system of equations
$x+y+z=2$
$2x+4y-z=6$
$3x+2y+\lambda z=\mu$
has infinitely many solutions, then
यदि समीकरणों के निकाय
$x+y+z=2$
$2x+4y-z=6$
$3x+2y+\lambda z=\mu$
के अनन्त हल हैं, तो:

(1) $\lambda - 2\mu = -5$ (2) $2\lambda + \mu = 14$ (3) $\lambda + 2\mu = 14$ (4) $2\lambda - \mu = 5$

Sol. **(2)**

$$D = 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(4\lambda + 2) - 1(2\lambda + 3) + 1(4 - 12) = 0$$

$$4\lambda + 2 - 2\lambda - 3 - 8 = 0$$

$$2\lambda = 9 \Rightarrow \lambda = \frac{9}{2}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \\ \mu & 2 & -9/2 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow \mu = 5$
Now check option
$2\lambda + \mu = 14$

Q.11 In a game two players A and B take turns in throwing a pair of fair dice starting with player A and total of scores on the two dice, in each throw is noted. A wins the game if he throws total a of 6 before B throws a total of 7 and B wins the game if he throws a total of 7 before A throws a total of six. The game stops as soon as either of the players wins. The probability of A winning the game is:
एक खेल में दो खिलाड़ी A तथा B बारी बारी से अनभिनत पासों के युग्म को फेंकते हैं, जबकि खिलाड़ी A खेल आरम्भ करता है, तथा प्रत्येक बार दोनों पासों पर आए अंकों का योग नोट किया जता है। यदि B द्वारा फेंके गए पासों के अंको का योग 7 आने से पहले A द्वारा फेंके गए पासों के अंकों का योग 6 आ जाता है, तो A जीतता है जबकि A द्वारा फेंके गए पासों के अंकों का योग 6 आने से पहले B द्वारा फेंके गए पासों के अंकों का योग 7 आ जाता है, तो B जीतता है। किसी भी एक खिलाड़ी के जीतने पर खेल समाप्त हो जाता है। A के खेल को जीतने की प्रायिकता है:

(1) $\frac{5}{31}$ (2) $\frac{31}{61}$ (3) $\frac{30}{61}$ (4) $\frac{5}{6}$

Sol. **2**
sum total 7 = (1,6)(2,5)(3,4)(4,3)(5,2)(6,1)

P(sum) = $\frac{6}{36}$

sum total 6 $\Rightarrow$ (1,5)(2,4)(3,3)(4,2)(5,1)

P(sum 6) = $\frac{5}{36}$

$P(A_{win}) = P(6) + P(\bar{6}).P(\bar{7}).P(6) + ...$

$= \frac{5}{36} + \frac{31}{36} \times \frac{30}{36} \times \frac{5}{36} + ...$

$= \frac{\frac{5}{36}}{1 - \frac{31 \times 30}{36 \times 36}} \Rightarrow \frac{5 \times 36}{36 \times 36 - 31 \times 30} \Rightarrow \frac{5 \times 36}{1296 - 930} = \frac{5 \times 36}{366} \Rightarrow \frac{30}{61}$

Q.12 If for some positive integer n, the coefficients of three consecutive terms in the binomial expansion of $(1+x)^{n+5}$ are in the ratio 5:10:14, then the largest coefficient in this expansion is :
माना किसी धनपूर्णांक n के लिए, $(1+x)^{n+5}$ के द्विपद प्रसार में तीन क्रमागत पदों के गुणांक 5:10:14 के अनुपात में है, तो इस प्रसार में सब से बड़ा गुणांक है:

(1) 792 (2) 252 (3) 462 (4)330

Sol. **3**

$T_r : T_{r+1} : T_{r+2}$

$^{n+5}C_{r-1} : {}^{n+5}C_r : {}^{n+5}C_{r+1} = 5:10:14$

$$\frac{(n+5)!}{(r-1)!-(n+6-r)!}:\frac{(n+5)!}{r!(n+5-r)!}=\frac{5}{10}$$

$$\frac{r}{n+6-r}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{(r+1)!(n+4-r)!}{r!(n+5-r)!}=\frac{5}{7}$$

2r = n + 6 – r

3r = n + 6 ...(1)

$$\frac{r+1}{n+5-r}=\frac{5}{7}$$

7r+7 = 5n + 25-5r

12r = 5n + 18 ..(2)

∴ 4(n + 6) = 5n + 18

n = 6

∴ (1 + x) largest coeff = $^{11}C_5$ = 462

Q.13 The function $f(x)=\begin{cases}\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}x, & |x|\le 1\\ \frac{1}{2}(|x|-1), & |x|>1\end{cases}$ is :

(1) both continuous and differentiable on R–{–1}
(2) continuous on R–{–1} and differentiable on R–{–1,1}
(3) continuous on R–{1} and differentiable on R–{–1,1}
(4) both continuous and differentiable on R–{1}

फलन $f(x)=\begin{cases}\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}x, & |x|\le 1\\ \frac{1}{2}(|x|-1), & |x|>1\end{cases}$ है :

(1) R–{–1} में संतत और अवकलनीय, दोनों है।
(2) R–{–1} में संतत तथा R–{–1,1} में अवकलनीय है।
(3) R–{1} में संतत तथा R–{–1,1} में अवकलनीय है।
(4) R–{1} में संतत और अवकलनीय, दोनों है।

Sol. **(3)**

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}x & x\in[-1,1]\\ \frac{1}{2}(x-1) & x>1\\ \frac{1}{2}(-x-1) & x<-1\end{cases}$$

at x = 1

$f(1) = \frac{\pi}{2}$ $f(1^+) = 0$

$\therefore$ discontinuous $\Rightarrow$ non diff.

at x = – 1

$f(-1) = 0$ $f(-1^-) = \frac{1}{2}\{+1-1\} = 0$

cont. at x = – 1

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & x \in [-1,1] \\ \frac{1}{2} & x > 1 \\ -\frac{1}{2} & x < -1 \end{cases}$$

Q.14 The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} - \frac{y+3x}{\log_e(y+3x)} + 3 = 0$ is:

(where c is a constant of integration)

अवकलन समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y+3x}{\log_e(y+3x)} + 3 = 0$ का हल है:

(जहाँ c एक समाकलन अचर है)

(1) $x - \log_e(y+3x) = C$

(2) $x - \frac{1}{2}(\log_e(y+3x))^2 = C$

(3) $x - 2\log_e(y+3x) = C$

(4) $y + 3x - \frac{1}{2}(\log_e x)^2 = C$

Sol. **(2)**

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y+3x}{\ell n(y+3x)} + 3 = 0$$

Let ln(y + 3x) = t

$$\frac{1}{y+3x}\cdot\left(\frac{dy}{dx}+3\right) = \frac{dt}{dx}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}+3\right) = \frac{y+3x}{\ell n(y+3x)}$$

$$\therefore (y+3x)\frac{dt}{dx} = \frac{y+3x}{t}$$

$\Rightarrow$ tdt = dx

$$\frac{t^2}{2} = x + c$$

$$\frac{1}{2}\left(\ln\left(y+3x\right)\right)^2 = x + c$$

Q.15 Let $\lambda \neq 0$ be in R. If α and β are the roots of the equation, $x^2 + x + 2\lambda = 0$ and α and γ are the roots of the equation, $3x^2 - 10x + 27\lambda = 0$, then $\frac{\beta\gamma}{\lambda}$ is equal to:

माना $\lambda \neq 0$,R.में है। यदि α तथा β समीकरण, $x^2 + x + 2\lambda = 0$ के मूल है और α तथा γ समीकरण $3x^2 - 10x + 27\lambda = 0$, के मूल है, तो $\frac{\beta\gamma}{\lambda}$ बराबर है:

(1) 27 (2) 9 (3) 18 (4) 36

Sol. **(3)**

$x^2 - x + 2\lambda = 0$ (α,β)

$$3x^2 - 10x + 27\lambda = 0(\alpha,\gamma)$$

$$3x^2 - 3x + 6\lambda = 0$$

$$- \quad + \quad -$$

$$-7x + 21\lambda = 0$$

$\therefore \alpha = 3\lambda$ Put in equation

$9\lambda^2 - 3\lambda + 2\lambda = 0$

$9\lambda^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$

$\alpha.\beta = \frac{2}{9} \Rightarrow \beta = \frac{2}{3}$

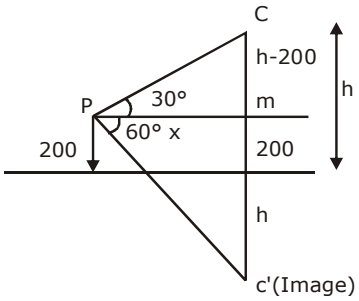
$\alpha.\gamma = 1 \Rightarrow \gamma = 3$

$$\therefore \frac{\beta.r}{\lambda} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}.3}{\frac{1}{9}} = 18$$

Q.16 The angle of elevation of a cloud C from a point P, 200 m above a still lake is 30°. If the angle of depression of the image of C in the lake from the point P is 60°,then PC (in m) is equal to :
एक स्थिर जल वाली झील के तल से 200 मीटर की ऊँचाई पर स्थित एक बिन्दु P से एक बादल C का उन्नयन कोण 30° है। यदि C के झील में प्रतिबिंब का P से अवनमन कोण 60° हैं, तो PC (मीटरों में) है:

(1) $200\sqrt{3}$ (2) $400\sqrt{3}$ (3) 400 (4) 100

Sol. **(3)**



$$\frac{h-200}{x}=\tan 30° \qquad \frac{h+200}{x}=\tan 60°$$

$$\frac{h+200}{h-200}=3$$

h + 200 = 3h – 600
2h = 800
h = 400

$$\therefore \frac{h-200}{PC}=\sin 30°$$

PC = 400 m

Q.17 Let $\bigcup_{i=1}^{50} X_i = \bigcup_{i=1}^{n} Y_i = T$, where each X_i contains 10 elements and each Y_i contains 5 elements. If each element of the set T is an element of exactly 20 of sets X_i's and exactly 6 of sets Y_i's, then n is equal to :

माना $\bigcup_{i=1}^{50} X_i = \bigcup_{i=1}^{n} Y_i = T$, है, जहाँ प्रत्येक X_i में 10 अवयव हैं तथा प्रत्येक Y_i में 5 अवयव हैं। यदि T का प्रत्येक अवयव ठीक 20, X_i' समुच्चयों का एक अवयव है तथा ठीक 6, Y_i' समुच्चयों का एक अवयव है, तो n का मान है:

(1) 15 (2) 30 (3) 50 (4) 45

Sol. **(2)**

$$\frac{50\times 10}{20}=\frac{n\times 5}{6}$$

$$\frac{50}{2}\times\frac{6}{5}=n \Rightarrow n = 30$$

Q.18 Let x=4 be a directrix to an ellipse whose centre is at the origin and its eccentricity is $\frac{1}{2}$. If $P(1,\beta), \beta > 0$ is a point on this ellipse, then the equation of the normal to it at P is :

माना x=4 एक ऐसे दीर्घवत्त की एक नियता है, जिसका केंद्र मूल बिंदु पर है तथा है तथा जिसकी उत्केंद्रता $\frac{1}{2}$ है। यदि $P(1,\beta), \beta > 0$ इस दीर्घवत्त पर स्थित एक बिंदु है, तो इसके P पर खींचे गए अभिलंब का समीकरण है:

(1) 8x–2y=5 (2) 4x–2y=1 (3) 7x–4y=1 (4) 4x–3y=2

Sol. **(2)**

$e = \frac{1}{2}$ $\quad x = \frac{a}{e} = 4$

$\Rightarrow a = 2$

$e^2 = 1-\frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = 1-\frac{b^2}{4}$

$\frac{b^2}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow b^2 = 3$

$\therefore$ Ellipse $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

P(1,β)

$x = 1$; $\frac{1}{4}+\frac{\beta^2}{3}=1$

$\frac{\beta^2}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow P\left(1,\frac{3}{2}\right)$

Equation of normal $\frac{a^2x}{x_1}-\frac{b^2y}{y_1}=a^2-b^2$

$\frac{4x}{1}-\frac{3y}{\frac{3}{2}} = 4 - 3$

$4x - 2y = 1$

Q.19 Let $a_1, a_2, ..., a_n$ be a given A.P. whose common difference is an integer and $S_n=a_1+a_2+ .... +a_n$. If $a_1=1$, $a_n=300$ and $15 \le n \le 50$, then the ordered pair (S_{n-4}, a_{n-4}) is equal to:

माना $a_1, a_2, ..., a_n$ एक दी गई समांतर श्रेढ़ी है, जिसका सार्वअंतर एक पूर्णांक है तथा $S_n=a_1+a_2+ .... +a_n$.है। यदि $a_1=1$, $a_n=300$ तथा $15 \le n \le 50$, है, तो क्रमित युग्म (S_{n-4}, a_{n-4}) बराबर है:

(1) (2480,248) (2) (2480,249) (3) (2490,249) (4) (2490,248)

Sol. **4**

$a_1 = 1, a_n = 300, 15 \le n \le 50$

$300 = 1 + (n - 1)d$

$(n - 1) = \frac{299}{d}$

d can 23 or 13

if $n - 1 = 13$

$n = 14$

reject

or $d = 13$

$n - 1 = 23$

$n = 24$

$S_{20} = \frac{20}{2}\{2+19.13\}$

$a_{20} = 1 + 19.13$

$a_{20} = 248$

$= 10\{249\} = 2490$

$(S_{20},a_{20}) = (2490, 248)$

Q.20 The circle passing through the intersection of the circles, $x^2+y^2-6x=0$ and $x^2+y^2-4y=0$, having its centre on the line, $2x-3y+12=0$, also passes through the point:

वतों $x^2+y^2-6x=0$ तथा $x^2+y^2-4y=0$ के प्रतिच्छेदन बिन्दुओं से हो कर जाने वाला वह वत्त जिसका केन्द्र रेखा $2x-3y+12=0$,पर स्थित है, निम्न में से जिस बिन्दु से भी हो कर जाता है, वह है:

(1) (−1,3) (2) (1,−3) (3) (−3,6) (4) (−3,1)

Sol. **(3)**

$S_1 + \lambda(S_1 - S_2) = 0$

$x^2 + y^2 - 6x + \lambda(4y - 6x) = 0$

$x^2 + y^2 - 6x(1 + \lambda) + 4\lambda y = 0$

Centre $(3(1 + \lambda), - 2\lambda)$ put in $2x - 3y + 12 = 0$

$6 + 6\lambda + 6\lambda + 12 = 0$

$12\lambda = - 18$

$\lambda = - 3/2$

$\therefore$ Circle is $x^2 + y^2 + 3x - 6y = 0$

Check options

Q.21 Let {x} and [x] denote the fractional part of x and the greatest integer $\le$ x respectively of a real number x. If $\int_0^n \{x\}dx, \int_0^n [x]dx$ and $10(n^2-n), (n \in N, n > 1)$ are three consecutive terms of a G.P., then n is equal to_____

माना {x} तथा [x] क्रमशः एक वास्तविक संख्या x के भिन्नात्मक भाग तथा महत्तम पूर्णांक $\le$ x को दर्शाते हैं। यदि $\int_0^n \{x\}dx, \int_0^n [x]dx$ तथा $10(n^2-n), (n \in N, n > 1)$ एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के तीन क्रमागत पद है, तो n का मान है_____

Sol. **21**

$$\int_0^n \{x\}\,dx = n\int_0^1 x\,dx = n\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{n}{2}$$

$$\int_0^n [x]\,dx = \int_0^1 0 + \int_1^2 1\,dx + \int_2^3 2\,dx.... + \int_{n-1}^n (n-1)\,dx$$

$= 1 + 2 + ...+ n - 1 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2}$

$$= \frac{n}{2}, \frac{n(n-1)}{2}, 10\left(n^2 - n\right) \to G.P$$

$$= \frac{n^2(n-1)^2}{4} = \frac{n}{2}.10.n(n-1)$$

$n - 1 = 20$; $n = 21$

Q.22 A test consists of 6 multiple choice questions, each having 4 alternative answers of which only one is correct. The number of ways, in which a candidate answers all six questions such that exactly four of the answers are correct, is _____

एक परीक्षा में 6 बहुविकल्पी प्रश्न हैं तथा प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं जिनमें से केवल एक सही है। एक परीक्षार्थी द्वारा सभी 6 प्रश्नों के उत्तर इस प्रकार देने, ताकि उसके ठीक 4 प्रश्नों के उत्तर सही हो, के तरीकों की संख्या है _____

Sol. **135**

${}^6C_4 \times 1 \times 3^2 = 15 \times 9 = 135$

Q.23 If $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, then the value of $\left|\hat{i} \times \left(\vec{a} \times \hat{i}\right)\right|^2 + \left|\hat{j} \times \left(\vec{a} \times \hat{j}\right)\right|^2 + \left|\hat{k} \times \left(\vec{a} \times \hat{k}\right)\right|^2$ is equal to_____

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, है, तो $\left|\hat{i} \times \left(\vec{a} \times \hat{i}\right)\right|^2 + \left|\hat{j} \times \left(\vec{a} \times \hat{j}\right)\right|^2 + \left|\hat{k} \times \left(\vec{a} \times \hat{k}\right)\right|^2$ का मान है_____

Sol. **18**

$$\left|\hat{i} \times \left(\vec{a} \times \hat{i}\right)\right|^2 = \left|\vec{a} - \left(a.\hat{i}\right)\hat{i}\right|^2$$

$$= \left|\hat{j} + 2\hat{k}\right|^2 = 1 + 4 = 5$$

Similarly

$$\left|\hat{j} \times \left(\vec{a} \times \hat{j}\right)\right|^2 = \left|2\hat{i} + 2\hat{k}\right|^2 = 4 + 4 = 8$$

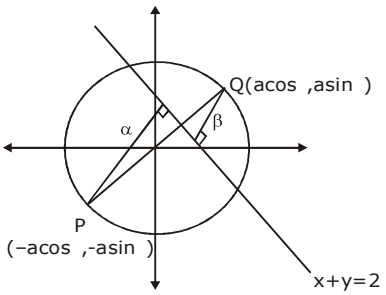
$$\left|\hat{k} \times \left(\vec{a} \times \hat{k}\right)\right|^2 = \left|2\hat{i} + \hat{j}\right|^2 = 4 + 1 = 5$$

$\Rightarrow 5 + 8 + 5 = 18$

Q.24 Let PQ be a diameter of the circle $x^2+y^2=9$. If α and β are the lengths of the perpendiculars from P and Q on the straight line, $x+y=2$ respectively, then the maximum value of $\alpha\beta$ is _____

माना PQ वत्त $x^2+y^2=9$ का एक व्यास है। यदि P तथा Q से रेखा $x+y=2$ पर खींचे गए लंबों की लंबाइयाँ क्रमशः α तथा β है, तो $\alpha\beta$ का अधिकतम मान है _____

Sol. **7**



$$\alpha = \left|\frac{3\cos\theta + 3\sin\theta - 2}{\sqrt{2}}\right|$$

$$\beta = \left|\frac{+3\cos\theta + 3\sin\theta + 2}{\sqrt{2}}\right|$$

$$\alpha\beta = \left|\frac{(3\cos\theta + 3\sin\theta)^2 - 4}{2}\right| \Rightarrow \alpha\beta = \left|\frac{9 + 9\sin 2\theta - 4}{2}\right| \Rightarrow \alpha\beta = \left|\frac{5 + 9\sin 2\theta}{2}\right|$$

$$\alpha\beta_{max} = \frac{9+5}{2} = 7$$

Q.25 If the variance of the following frequency distribution :

Class	:	10–20	20–30	30–40
Frequency	:	2	x	2

is 50, then x is equal to____

यदि निम्न बारंबारता बंटन

वर्ग	:	10–20	20–30	30–40
बारंबारता	:	2	x	2

का प्रसरण 50 है, तो x का मान है____

Sol. **4**

$$6^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2$$

x_i	f_i	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$f_i(x-\bar{x})^2$
15	2	−10	100	200
25	x	0	0	0
35	2	10	100	200
	$4+x$			400

$$\bar{x} = \frac{100+25x}{4+x}$$

$\bar{x}$ = 25

$$\therefore \frac{400}{4+x} = 50$$

x = 4

Admission
OPEN

जब इन्होने पूरा किया अपना सपना
तो आप भी पा सकते है लक्ष्य अपना

JEE MAIN RESULT 2019

Nitin Gupta

Marks 335 13th (2019)	Marks 149 12th (2018)

Shiv Modi

Marks 318 13th (2019)	Marks 153 12th (2018)

Ritik Bansal

Marks 308 13th (2019)	Marks 218 12th (2018)

Shubham Kumar

Marks 300 13th (2019)	Marks 153 12th (2018)

KOTA'S PIONEER IN DIGITAL EDUCATION

1,95,00,000+ viewers | **72,67,900+** viewing hours | **2,11,000+** Subscribers

SERVICES	SILVER	GOLD	PLATINUM
Classroom Lectures (VOD)			
Live interaction	NA		
Doubt Support	NA		
Academic & Technical Support	NA		
Complete access to all content	NA		
Classroom Study Material	NA		
Exercise Sheets	NA		
Recorded Video Solutions	NA		
Online Test Series	NA		
Revision Material	NA		
Upgrade to Regular Classroom program	**Chargeable**	**Chargeable**	**Free**
Physical Classroom	NA	NA	
Computer Based Test	NA	NA	
Student Performance Report	NA	NA	
Workshop & Camp	NA	NA	
Motion Solution Lab- Supervised learning and instant doubt clearance	NA	NA	
Personalised guidance and mentoring	NA	NA	

FEE STRUCTURE

CLASS	SILVER	GOLD	PLATINUM
7th/8th	FREE	₹ 12,000	₹ 35,000
9th/10th	FREE	₹ 15,000	₹ 40,000
11th	FREE	₹ 29,999	₹ 49,999
12th	FREE	₹ 39,999	₹ 54,999
12th Pass	FREE	₹ 39,999	₹ 59,999

+ Student Kit will be provided at extra cost to Platinum Student.

* **SILVER (Trial)** Only valid 7 DAYS or First 10 Hour's Lectures.

** **GOLD (Online)** can be converted to regular classroom (Any MOTION Center) by paying difference amount after lockdown.

*** **PLATINUM (Online + Regular)** can be converted to regular classroom (Any MOTION Center) without any cost after lockdown.

New Batch Starting from :
16 & 23 September 2020

Zero Cost EMI Available

MOTION™

H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in | ✉ : info@motion.ac.in